Julián

ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2do Parcial
Fecha de examen: 23-NOV-2022

[redacted]
Notas: [redacted]

Aclaraciones: El parcial se aprueba con 2 (dos) eje[redacted]aprobados. Cada hoja debe estar numerada[1] y debe tener el número de orden y L.U. El parcial dura 4 horas y es a libro abierto.

1) A Juli le gusta andar en bicicleta por la ciudad y es su medio preferido de transporte. En su ciudad no hay ciclovías y las calles son tranquilas, así que anda por la calle en su bici. Hay dos tipos de calles, pavimentadas y empedradas. Cada calle conecta dos puntos de la ciudad y tiene una cierta longitud. Como le gusta andar en bici, Juli prefiere fuertemente no andar por una calle empedrada si existe un camino pavimentado. Además, nunca, jamás, anda por dos calles empedradas de forma consecutiva, ya que tiene que descansar un poco para volver a agarrar la calle empedrada.

   a) Proponer un algoritmo basado en grafos que dada la lista de puntos P de la ciudad, la lista de calles pavimentadas C_P, la lista de calles empedradas C_E y dos puntos A y B determine un camino de A a B que minimice en primer lugar la cantidad de calles empedradas que deben recorrerse, y luego la distancia recorrida, respetando la restricción de no usar dos calles empedradas seguidas[2]. El algoritmo debe ser eficiente.

   b) Justificar la correctitud del algoritmo.

2) Sea S un sistema de restricciones de diferencias formado por un conjunto de variables $x_1, \dots, x_n$ y un conjunto de desigualdades de la forma $e_{ij} : x_i - x_j \leq c_{ij}$, donde cada c_{ij} es un número entero divisible por un número natural k.

   Demostrar que S admite una solución si y solamente si S admite una solución donde el valor asignado a x_i es un entero divisible por k, para todo $1 \leq i \leq n$.

3) Tuki fue uno de los afortunados en entrar a la casa de GH (Grupo Humano). En este juego cada semana los jugadores votan por la eliminación de otro jugador. Más puntualmente, cada jugador vota a un único jugador y los jugadores con más votos son enviados a un desafío.

   Tuki sabe que esta semana conviene mantener la votación lo más pareja posible, para evitar que surjan grietas en la política de la casa. En la casa hay n jugadores y k grupos, y Tuki conoce el grupo g_i al que pertenece cada jugador i, con $1 \leq g_i \leq k$. Tuki sabe también cuál es el conjunto de jugadores N_i al que está dispuesto a votar el jugador i. Si algún grupo j recibe más votos que el doble de la cantidad de jugadores en el grupo, entonces se va a sentir atacado y sus jugadores van a ser agresivos en las siguientes rondas. Por otro lado, si un jugador individual i recibe más de 3 votos, entonces también se siente atacado y su actuar se vuelve impredecible para la próxima semana.

   Tuki quiere decidir, dados los n jugadores junto a sus conjuntos N_i y la descripción de los k grupos, si es posible que la votación de esta semana logre que ningún grupo ni jugador se sienta atacado

   a) Modelar el problema como un problema de flujo máximo. Justificar su correctitud.

   b) Proponer un algoritmo que resuelva el modelo propuesto.

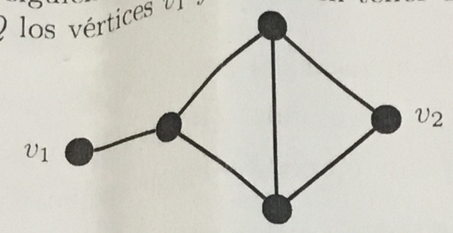
   c) ¿Qué complejidad tiene el algoritmo propuesto? Expresar la respuesta en función de los parámetros que recibe Tuki.

(enunciado del ejercicio 4 al dorso)

[1] Incluyendo esta hoja.
[2] Recordar

4. Mientras estudiaba problemas de coloreo, a René se le ocurrió una idea: Dijo "Si es necesario usar más de 3 colores para colorear un grafo G, debe ser porque G posee una clique de tamaño 4".

a) Probar que la afirmación de René es falsa mostrando un contraejemplo. Es decir, mostrar un grafo G que no posea una clique de tamaño 4 y aún asi no sea 3-coloreable.
Ayuda: Considere utilizar el siguiente grafo Q de 5 vértices en su construcción, probando que en todo 3-coloreo válido de Q los vértices v_1 y v_2 deben tener distinto color.



b) Sea 3-COLOREO-K_4-*free* el problema de decidir, dado un grafo G que no contiene a K_4 como subgrafo inducido, si G es 3-coloreable. Probar que 3-COLOREO-K_4-*free* es NP-completo.